

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

Кафедра физики им В.А. Фабриканта

## **МЕХАНИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА**

### Виртуальный лабораторный практикум

*Учебное электронное издание*

по курсу «Физика»  
для студентов, обучающихся по направлениям:  
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»,  
                  08.03.01 «Строительство»,  
09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»,  
                  10.03.01 «Информационная безопасность»,  
                  11.03.01 «Радиотехника»,  
                  11.03.04 «Электроника и наноэлектроника»,  
                  12.03.01 «Приборостроение»,  
12.03.04 «Биотехнические системы и технологии»,  
                  13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника»,  
                  27.03.02 «Управление качеством»,  
                  27.03.04 «Управление в технических системах»,  
11.05.01 «Радиоэлектронные системы и комплексы»

**ISBN 978-5-7046-2779-1**

© Национальный исследовательский университет «МЭИ», 2023

УДК 537  
ББК 22.3  
М 55

*Утверждено учебным управлением НИУ «МЭИ» в качестве  
учебного издания*

Подготовлено на кафедре физики им. В.А. Фабриканта

Рецензенты: А.А. Машиньян, профессор кафедры физики им. В.А.  
Фабриканта НИУ «МЭИ», докт. пед. наук;  
С.В. Николаева, профессор кафедры высшей математики и  
программирования РТУ МИРЭА, докт. техн. наук

**Авторы: О.И. Коваль, К.М. Лапицкий, И.Н. Павлов, Г.М. Янина**  
М 55 Механика и молекулярная физика: виртуальный лабораторный  
практикум [Электронный ресурс] / О.И. Коваль, К.М. Лапицкий, И.Н.  
Павлов и др. – Электрон. прикладная программа. – М.: Издательство  
МЭИ, 2023. – 1 электрон. опт. диск (DVD-R).

Приведены описания виртуальных лабораторных работ по общему  
курсу физики по разделам «Механика» и «Молекулярная физика и  
термодинамика». В каждой работе приведено теоретическое введение,  
методика выполнения, порядок обработки результатов измерений,  
контрольные вопросы.

Практикум предназначен для студентов всех специальностей ИРЭ,  
ИЭЭ, ИГВИЭ, ИЭТЭ, ИнЭИ.

Минимальные системные требования:

- тактовая частота процессора: не менее 2 ГГц;
- оперативная память: не менее 4 Гб;
- видеопамять: не менее 512 Мб;
- разрешение экрана: не менее 1024x768x32;
- поддержка OpenGL версии 2.0;
- поддержка DirectX версии 9.0.c (для ОС Windows);
- стандартная клавиатура и компьютерная мышь с колесом прокрутки  
(для ПК);
- средства воспроизведения звука (аудиоколонки или наушники).

**ISBN 978-5-7046-2779-1**

© Национальный исследовательский университет «МЭИ», 2023

## **Оглавление**

ПРЕДИСЛОВИЕ .....	4
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5 ЗАКОНЫ СОУДАРЕНИЯ .....	5
1. ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ И МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЯ .....	5
2. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ .....	8
3. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ .....	10
4. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ .....	12
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №9 ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ РАЗЛИЧНЫХ ТЕЛ .....	14
1.ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ И МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЯ .....	14
2.ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ .....	17
3. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ .....	25
4.КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ .....	29
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 10 МАЯТНИК МАКСВЕЛЛА .....	30
1. ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ И МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЙ .....	30
2. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ .....	33
3. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ .....	37
4.КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ .....	38
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ $C_p/C_v$ ДЛЯ ВОЗДУХА МЕТОДОМ РЕЙХАРДТА .....	39
1. ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ И МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЯ .....	40
2. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ .....	42
3. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ .....	47
4.КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ .....	48
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....	49

## **ПРЕДИСЛОВИЕ**

Практикум представляет собой описания виртуальных лабораторных работ по основным разделам механики и молекулярной физики. Тематика виртуальных лабораторных работ соответствует курсу «Физика», который читается студентам НИУ «МЭИ», обучающимся по различным направлениям подготовки бакалавров и специалистов.

Предназначен для студентов, которые обучаются дистанционно. Практикум доступен по ссылке [HTTPS://PHYLABS.MPEI.RU](https://phylabs.mpei.ru).

Описания работ выполнены авторами на основе методик, представленных на сайте разработчиков – <https://sunspire.site/ru> (ИП Образцова Т.Б., товарный знак: SUNSPIRE®), при этом теоретическое введение, методика выполнения, порядок обработки результатов измерений и контрольные вопросы разработаны в соответствии с методическими требованиями и указаниями к выполнению и оформлению лабораторных работ, разработанных на кафедре физики им. В.А. Фабриканта НИУ «МЭИ».

Представлен комплексом компьютерных программ, выполнение которых возможно в средах следующих операционных систем: Microsoft Windows, Linux, MacOS, Android, iOS, а также в среде веб-браузера с поддержкой технологии HTML5 и аппаратной поддержкой 3D графики (технология WebGL).

Минимальные системные требования составляют:

- тактовая частота процессора: не менее 2 ГГц;
- оперативная память: не менее 4 Гб;
- видеопамять: не менее 512 Мб;
- разрешение экрана: не менее 1024x768x32;
- поддержка OpenGL версии 2.0;
- поддержка DirectX версии 9.0.c (для ОС Windows);
- стандартная клавиатура и компьютерная мышь с колесом прокрутки (для ПК);
- средства воспроизведения звука (аудиоколонки или наушники);
- для работы с веб-версией виртуальной лаборатории необходимо использовать веб-браузер с поддержкой 3D графики WebGL.

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

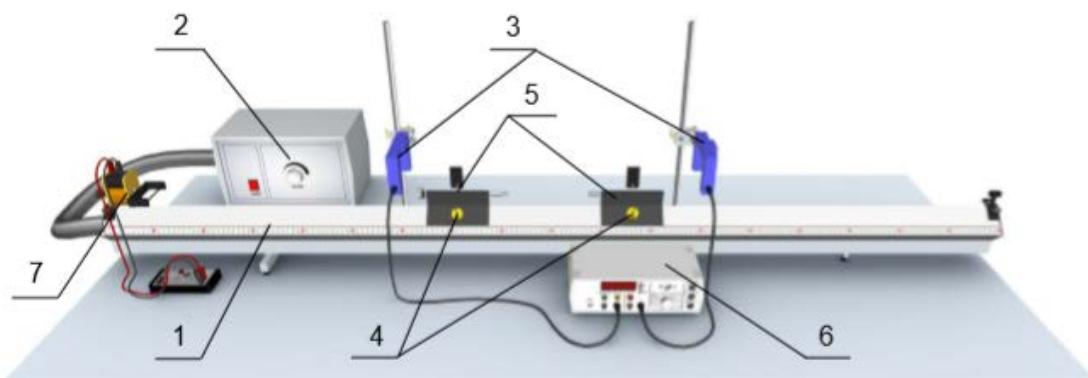
## ЗАКОНЫ СОУДАРЕНИЯ

**Цель работы:** изучение закона сохранения импульса для неупругого и упругого соударения тел и условий его выполнения.

### 1. Описание установки и метода измерения

Одним из способов проверки выполнения законов сохранения импульса и механической энергии является исследование соударения двух скользящих тел на воздушной дорожке. Если время взаимодействия двух тел в процессе удара мало, а сила трения со стороны поверхности минимальна, то систему можно считать замкнутой. В этом случае сохраняется суммарный импульс тел до удара и после удара тел. При абсолютно неупругом соударении сохраняется только суммарный импульс соударяющихся тел (после удара два тела движутся как одно целое), а их суммарная кинетическая энергия не сохраняется, так как часть механической энергии переходит в тепло. При абсолютно упругом соударении двух тел сохраняются и импульс, и кинетическая энергия соударяющихся тел.

Модель экспериментальной установки представлена на рис. 1. На подставке закреплены генератор воздушного потока 2, фотодатчики 3, линейка, на которой создаётся воздушная прослойка 1, исследуемые тела 5, цифровой секундомер 6. В телах сделаны прорези, в которые вставляются грузы 4 с разной массой. Расстояния, пройденные грузами, измеряются по линейке. Скорости скользящих тел определяются по времени пересечения фотоэлектрических датчиков флагжком длиной 25 мм, а время определяется по показаниям секундомера 6.



**Рис. 1. Схема лабораторного стенда:**

1 – воздушная дорожка, 2 – генератор воздушного потока, 3 – рамка с фотоэлементами, 4 – грузы, 5 – испытуемые тела, 6 – секундомер, 7 – пусковой механизм

В таблице 1 перечислены используемые в эксперименте составные части установки и их параметры, а в таблице 2 дана спецификация измерительных приборов.

Таблица 1

### Приборы

№	Наименование	Параметры
1	Воздушная прослойка	Длина 180 см
2	Генератор воздушного потока	
3	Рамка с фотоэлементами	2 штуки
4	Грузы (дополнительные массы)	10 грузов по 20 г каждый
5	Исследуемые тела	2 тела с массой от 100 до 300 г каждый
6	Цифровой счётчик (секундомер)	Цена деления 1 мс

Таблица 2

### Спецификация измерительных приборов

№	Название прибора	Пределы измерения	Цена деления	Инструментальная погрешность
1	Секундомер	99 мс	1 мс	1 мс
2	Линейка	180 см	1 мм	1 мм

Закон сохранения импульса выполняется в замкнутой системе, т.е. в системе, на которую не действуют внешние силы. Реальную систему тел можно считать условно замкнутой, если внешние силы намного меньше внутренних сил и время взаимодействия тел мало. Так как импульс системы тел может изменить только импульс внешних сил, то закон изменения импульса можно записать в виде:

$$\Delta \vec{p} = \langle \vec{F}_{\text{внеш}} \rangle \Delta t,$$

где  $\langle \vec{F}_{\text{внеш}} \rangle$  – среднее значение внешней силы за время взаимодействия тел,  $\Delta t$  – время взаимодействия тел,  $\Delta \vec{p}$  – изменение импульса системы тел за время их взаимодействия.

Если импульс силы, т.е. произведение  $\langle \vec{F}_{\text{внеш}} \rangle \Delta t$  мало (внешняя сила мала и время соударения мало), изменение импульса близко к нулю и можно считать, что суммарный импульс соударяющихся тел не изменяется. ( $\vec{p} = \text{const}$  – закон сохранения импульса).

В данной работе исследуется соударение тел, скользящих на воздушной дорожке.

Пусть  $\vec{p}_1$  и  $\vec{p}_2$  – импульсы 1 и 2 тел до соударения, а  $\vec{p}'_1$  и  $\vec{p}'_2$  – после соударения.

При абсолютно упругом взаимодействии имеем равенство:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2', \quad (1)$$

$\vec{p}_1 = m_1 \vec{v}_1, \quad \vec{p}_2 = m_2 \vec{v}_2, \quad \vec{p}_1' = m_1 \vec{v}_1', \quad \vec{p}_2' = m_2 \vec{v}_2',$   
 $m_1, m_2$  – массы тел,  $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_1', \vec{v}_2'$  - скорости тел до и после удара соответственно.

В случае абсолютно упругого удара сохраняется и кинетическая энергия:

$$\frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_2^2}{2m_2} = \frac{{p_1'}^2}{2m_1} + \frac{{p_2'}^2}{2m_2}, \quad (2)$$

где  $p_1^2/2m_1, p_2^2/2m_2, {p_1'}^2/2m_1, {p_2'}^2/2m_2$  – кинетические энергии первого и второго тела до и после удара соответственно.

При абсолютно неупругом ударе часть кинетической энергии тел переходит в энергию деформации  $W_{\text{деф}}$ :

$$\frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_2^2}{2m_2} = \frac{{p_1'}^2}{2m_1} + \frac{{p_2'}^2}{2m_2} + W_{\text{деф}}. \quad (3)$$

Для абсолютно неупрогоудара имеем:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{u}, \quad (4)$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) u^2}{2} + W_{\text{деф}}, \quad (5)$$

где  $\vec{u}$  – скорость движения тел как единого целого после удара.

В проводимом опыте определяются скорости тел по времени прохождения флагом фотоэлектрических датчиков, а затем вычисляются значения импульсов тел.

При упругом соударении плоский буфер на первом скользящем теле ударяется об натянутую на второе скользящее тело резинку. В случае неупрогоудара длинный заостренный шип вдавливается в пластилин. Массы скользящих тел можно изменять.

В проекции на ось  $x$  (вдоль воздушной дорожки, рис. 1) имеем:

$$p_{1x} + p_{2x} = p_{1x}' + p_{2x}', \quad (6)$$

где  $p_{1x}, p_{2x}$  – проекции импульсов тел до соударения,  $p_{1x}', p_{2x}'$  – проекции импульсов тел после соударения,  $p_1 = m_1 v_1, p_2 = m_2 v_2, p_1' = m_1 v_1', p_2' = m_2 v_2', v_1, v_2, v_1', v_2'$  – модули скоростей тел до и после удара соответственно.

Скорости  $\vec{v}_1'$  и  $\vec{v}_2'$  имеют разные значения после упругого соударения и одинаковые – после неупрогоудара.

## 2. Порядок выполнения работы

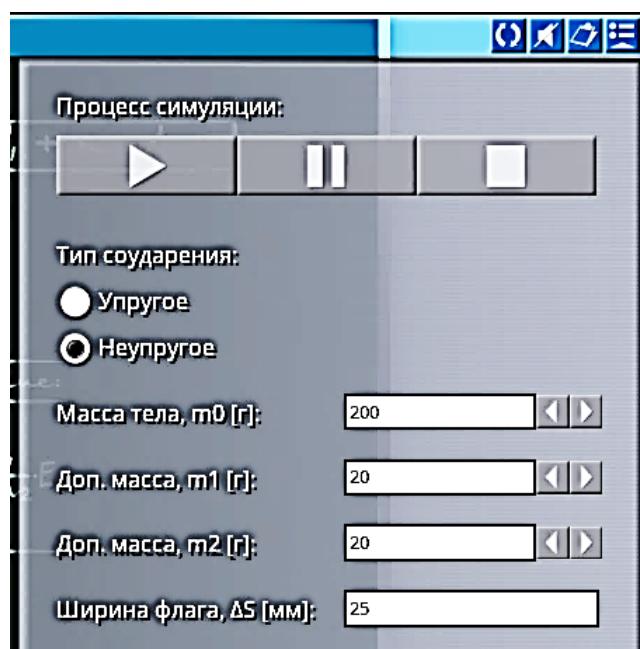
1. Открыть виртуальный практикум по ссылке

[WELCOME.PHYSLABS.MPEI.RU](http://WELCOME.PHYSLABS.MPEI.RU)

или

[https://drive.google.com/file/d/1zJuJLSb\\_KxULhRPGFFZQKLUTAK59z9Cm/view?usp=sharing](https://drive.google.com/file/d/1zJuJLSb_KxULhRPGFFZQKLUTAK59z9Cm/view?usp=sharing)

2. Выбрать работу №3 « Законы соударения».
3. Запустить лабораторную работу. Последовательность действий:
  - а) «Начать эксперимент».
  - б) В появившемся окне выбрать в правом верхнем углу значок
  - в) Выбрать тип соударения – неупругое – и задать массы тел – основных –  $m_0$  и дополнительных  $m_1$  и  $m_2$  (в зависимости от номера варианта).



Записать массы тел после табл. 3.

4. Провести опыт, нажав кнопку .
5. Измерить время прохождения первого флагка длиной  $L$  (на рисунке ширина флага 25 мм) через первый фотоэлемент – по показаниям цифрового секундомера. Это время определяется

скоростью движения левого тела (полагаем постоянной). (Пример на рисунке – 20 мс). Для того чтобы можно было снять показания секундомера, необходимо колёсиком мышки приблизить картинку, а затем курсором мышки передвинуть изображения так, чтобы был виден секундомер.



6. Записать значение  $t_1$  в табл. 3.
7. Измерить время прохождения второго флагка длиной  $L$  ( 25 мм) через второй фотоэлемент – по показаниям цифрового секундомера. Это время определяется скоростью совместного движения тел после неупругого соударения (полагаем постоянной). (Пример на рисунке – 46 мс).
8. Записать значение  $t_2$  в табл. 3 протокола работы.
9. Повторить пункты 4 – 8 пять раз.
10. Скачать (или сфотографировать) таблицу в формате excel по значку и сравнить данные из неё (записываются автоматически) с результатами табл.3. (Пример таблицы excel приведён в приложении).

Таблица 3  
Измерение времени движения тел

№ п/п	$t_{1i}$ , мс	$ \Delta t_{1i} $ , мс	$t_{2i}$ , мс	$ \Delta t_{2i} $ , мс
1				
2				
3				
4				
5				
Среднее				

$$m_{\text{левого тела}} = m_0 + m_1 = 220 \text{ г}; \Delta m_{\text{л}} = 0,5 \text{ г}.$$

$$m_{\text{правого тела}} = m_0 + m_2 = 220 \text{ г}; \Delta m_{\text{п}} = 0,5 \text{ г}.$$

Длина флагжка  $L = 25$  мм,  $\Delta L = 0,5$  мм.

11. Провести измерения для упругого удара для случая, когда массы соударяющихся тел равны. Для этого выбрать тип соударения – упругое – и задать массы тел – основных –  $m_0$  и дополнительных  $m_1 = m_2$ .

Полученные значения времени прохождения флагжка первым телом до удара  $t_1$  и прохождения флагжка вторым телом после удара  $t_2$  записать в табл. 4.

(В случае равенства масс соударяющихся тел первое тело останавливается после удара, если второе тело покоилось до удара).

Таблица 4

### Измерение времени движения грузов

№ п/п	$t_{1i}$ , мс	$ \Delta t_{1i} $ , мс	$t_{2i}$ , мс	$ \Delta t_{2i} $ , мс
1				
2				
3				
4				
5				
Среднее				

$m_{\text{л}} = 300$  г;  $\Delta m_{\text{л}} = 0,5$  г.

$m_{\text{п}} = 300$  г;  $\Delta m_{\text{п}} = 0,5$  г.

Длина флагжка  $L = 25$  мм,  $\Delta L = 0,5$  мм.

### 3. Обработка результатов измерений

1. Рассчитать скорость тела 1 до соударения по формуле:

$$v_1 = \frac{L}{t_{1\text{cp}}}, \quad (v_2 = 0).$$

2. Рассчитать общую скорость тел после соударения по формуле:

$$v_2' = \frac{L}{t_{2\text{cp}}}.$$

3. Рассчитать импульс тел до соударения по формуле:

$$p_1 = m_{\text{л}} v_1, \quad (p_2 = 0).$$

4. Рассчитать импульс тел после соударения по формуле:

$$p_2' = (m_{\text{л}} + m_{\text{п}}) v_2'.$$

5. Рассчитать погрешности измерений времени  $\Delta t_1$  и  $\Delta t_2$  для неупругого удара по формулам:

$$\Delta t = \sqrt{(\Delta t_{\text{случ}})^2 + (\Delta t_{\text{инстр}})^2},$$

$$\Delta t_{1\text{случ}} = 2,76 \sqrt{\frac{\sum(\Delta t_i)^2}{20}},$$

$$\Delta t_{2\text{случ}} = 2,76 \sqrt{\frac{\sum(\Delta t_i)^2}{20}},$$

$$\Delta t_{\text{инстр}} = 1 \text{ мс.}$$

6. Рассчитать погрешности скоростей  $\Delta v_1$  и  $\Delta v_2'$  для неупругого удара и записать значения скоростей  $v_1$  и  $v_2'$  с учётом погрешностей и правил округления:

$$\Delta v_1 = v_1 \sqrt{\left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t_1}{t_1}\right)^2},$$

$$\Delta v_1 = \dots$$

$$v_1 = \bar{v}_1 \pm \Delta v_1$$

$$\Delta v_2' = \bar{v}_2' \sqrt{\left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t_2}{t_2}\right)^2},$$

$$\Delta v_2' = \dots$$

$$v_2' = \bar{v}_2' \pm \Delta v_2'.$$

7. Рассчитать погрешности  $\Delta p_1$  и  $\Delta p_2'$  по формулам:

$$\Delta p_1 = p_1 \sqrt{\left(\frac{\Delta v_1}{v_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m_{\text{л}}}{m_{\text{л}}}\right)^2},$$

$$\Delta p_2' = p_2' \sqrt{\left(\frac{\Delta v_2'}{v_2'}\right)^2 + \frac{\Delta m_{\text{л}}^2 + \Delta m_{\text{п}}^2}{(m_{\text{л}} + m_{\text{п}})^2}},$$

$$\Delta p_1 = \dots$$

$$\Delta p_2' = \dots$$

8. Записать окончательный результат для импульсов с учётом погрешностей и правил округления:

$$p_1 = \bar{p}_1' \pm \Delta p_1,$$

$$p_2' = \bar{p}_2' \pm \Delta p_2'.$$

9. Сравнить модуль разности импульсов  $|p_2' - p_1|$  с погрешностью разности импульсов, равной

$$\sqrt{(\Delta p_2')^2 + (\Delta p_1)^2}.$$

10. Сделать вывод о выполнении закона сохранения импульса.

11. Используя формулу (5), рассчитать энергию деформации  $W_{\text{деф}}$ :

$$W_{\text{деф}} = \frac{m_1 v_1^2}{2} - \frac{(m_{\text{л}} + m_{\text{п}}) v_2'^2}{2} = \frac{p_1^2}{2m_{\text{л}}} - \frac{p_2'^2}{2(m_{\text{л}} + m_{\text{п}})}$$

Разделив значение  $W_{\text{деф}}$  на значение кинетической энергии первого тела, получим формулу для расчёта доли механической энергии системы, затраченной на деформацию при неупругом ударе:

$$\frac{W_{\text{деф}}}{W_{k1}} = 1 - \frac{p_2'^2 m_{\text{л}}}{p_1^2 (m_{\text{л}} + m_{\text{п}})}.$$

(Если  $p_1 = p_2'$ , то  $\frac{W_{\text{деф}}}{W_{k1}} = \frac{m_{\text{п}}}{m_{\text{л}} + m_{\text{п}}}$ ).

12. Рассчитать для упругого соударения импульс тела 1 (левого) до удара  $p_1 = m_{\text{л}} v_1$  и импульс тела 2 (правого) после удара  $p_2' = m_{\text{п}} v_2'$  (расчёты скоростей  $v_1$  и  $v_2'$  проводятся так же, как для неупругого удара).

13. Рассчитать погрешности измерений времени и скоростей для упругого удара (по тем же формулам, что и для неупругого удара).

14. Сравнить модуль разности импульсов  $|p_2' - p_1|$  с погрешностью разности импульсов  $\sqrt{(\Delta p_2')^2 + (\Delta p_1)^2}$ .

15. Рассчитать кинетическую энергию первого тела до удара  $W_{k1}$  и кинетическую энергию второго тела после удара  $W_{k2}'$ , сравнить их.

16. Сделать вывод о выполнении закона сохранения импульса и кинетической энергии для упругого соударения тел.

#### 4. Контрольные вопросы

1. Опишите принцип работы лабораторной установки.
2. В чем отличие упругих и неупругих соударений двух тел?
3. Сформулируйте закон сохранения импульса. Условия его выполнения.
4. Каким образом реализуются упругие и неупругие соударения двух тел в лабораторной работе?
5. Как в работе минимизируется сила трения между телами и поверхностью?

## Приложение к лабораторной работе 3

2 - Неупругое соударение		0	20	40	60	80	100
<b>Левое тело:</b>							
Дополнительная масса m1 [г] =		0					
Дополнительная масса m2 [г] =			Мгновенное время [мс] =				
	0						
	20		21,9				
	40						
	60						
	80						
	100						
<b>Правое тело:</b>							
Дополнительная масса m1 [г] =		0					
Дополнительная масса m2 [г] =			Мгновенное время [мс] =				
	0						
	20		43,6				
	40						
	60						
	80						
	100						

Дата составления отчёта:	[2022-05-17]
Ширина флагжа dS [мм] =	25
Масса тела m0 [г] =	300
<b>1 - Упругое соударение</b>	
<b>Левое тело:</b>	
Дополнительная масса m1 [г] =	0
Дополнительная масса m2 [г] =	Мгновенное время [мс] =
	0
	29,4
	20
	40
	60
	80
	100
<b>Правое тело:</b>	
Дополнительная масса m1 [г] =	0
Дополнительная масса m2 [г] =	Мгновенное время [мс] =
	0
	30
	20
	40
	60
	80

### Примечание

Дата составления отчёта должна быть видна в таблице.

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №9

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ РАЗЛИЧНЫХ ТЕЛ

**Цель работы** – определение момента инерции штанги с грузами и его зависимости от расстояния между грузом и осью вращения, определение момента инерции деревянного шара в зависимости от его диаметра, а также проверка теоремы Гюйгенса–Штейнера.

### 1. Описание установки и метода измерения

Метод определения момента инерции основан на том, что период колебания физического маятника зависит от момента инерции колеблющегося тела относительно оси вращения, а момент инерции зависит от того, как распределяется масса тела относительно этой оси.

В работе эта зависимость исследуется для штанги с двумя грузами, расположенными симметрично относительно оси вращения при изменении расстояния до оси вращения.

Определяются также моменты инерции деревянного диска, деревянного шара, а также полого и сплошного цилиндров. Период колебаний исследуемых тел зависит от распределения массы и эффективного радиуса тела.

Момент инерции  $I$  зависит от распределения массы тела относительно оси вращения и возрастает с увеличением расстояния до оси вращения. В общем случае момент инерции определяется с помощью интеграла:

$$I = \int r_{\perp}^2 \rho(r) dV, \quad (1)$$

где  $r_{\perp}$  – составляющая расстояния  $r$ , перпендикулярная оси вращения; – объём тела,  $\rho(r)$  – плотность вещества.

Момент инерции тела малого размера (точечной массы) момент инерции определяется по формуле:

$$I = mr^2, \quad (2)$$

где  $r$  – расстояние до оси вращения,  $m$  – масса тела.

Например, момент инерции штанги с двумя грузами небольших размеров и массой  $m$ , симметрично расположенными на расстоянии  $r$  от оси вращения, определяется следующим образом:

$$I = I_{шт} + 2mr^2, \quad (3)$$

где  $I_{шт}$  – момент инерции штанги без грузов.

В соответствии с теоремой Гюйгенса–Штейнера момент инерции тела относительно произвольной оси равен:

$$I = I_0 + m a^2, \quad (4)$$

где  $I_0$  – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс и параллельной выбранной произвольной оси,  $a$  – расстояние между этими осями,  $m$  – масса тела.

В работе определяются моменты инерции различных тел с помощью метода крутильных колебаний, и проверяется теорема Гюйгенса – Штейнера.

Тела прикрепляются к крутильной оси, чтобы они могли колебаться. Период колебания тела  $T$  зависит от момента инерции тела  $I$  и крутильного коэффициента  $D_r$ :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D_r}}. \quad (5)$$

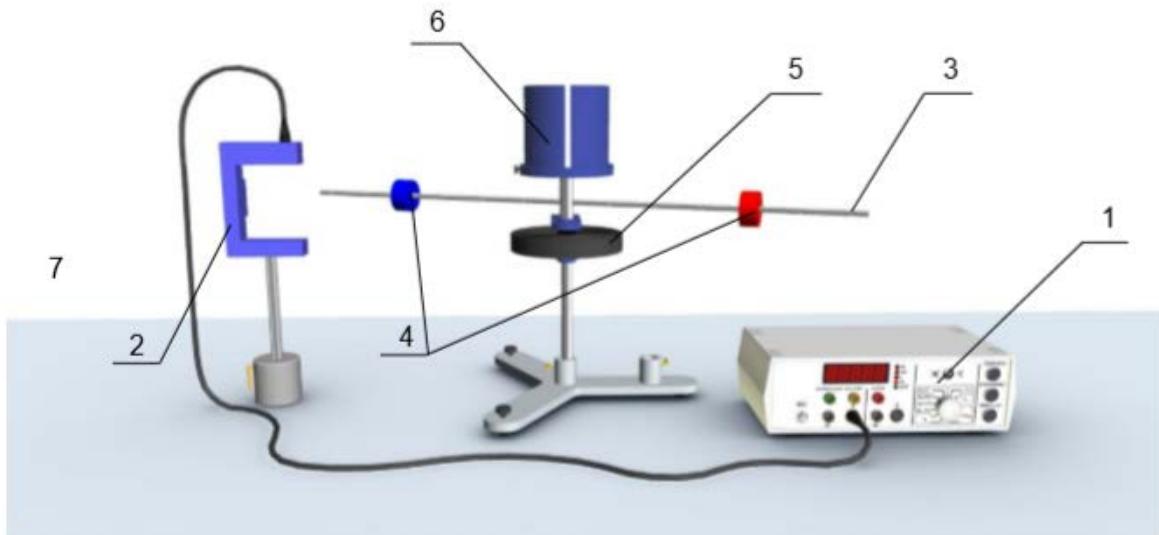
Крутильный коэффициент цилиндрической пружины  $D_r$  можно определить с помощью пружинного динамометра и рассчитать по формуле:

$$D_r = \frac{F \cdot r}{\alpha}, \quad (6)$$

где  $\alpha$  – угол отклонения от положения равновесия,  $F$  – сила, измеренная динамометром,  $r$  – расстояние до оси вращения.

Момент инерции твердого тела с учётом формулы (6) рассчитывается по формуле:

$$I = \frac{D_r T^2}{4\pi^2}. \quad (7)$$



**Рис. 1 Схема лабораторного стенда:**

1 – цифровой секундомер, 2 – рамка с фотоэлементами, 3 – штанга (тонкий стержень), 4 – грузы, 5 – крутильная пружина, 6 – исследуемое тело.

Схематическое изображение лабораторного стенда показано на рис.

1. На вертикальной стойке закреплена крутильная пружина 5 и исследуемое тело 6. Фотоэлементы 2 закреплены на вертикальной стойке 7. Сигнал с фотоэлементов подается на секундомер 1, отсчитывающий время колебаний.

Число колебаний определяется визуально по моменту остановки отсчёта времени на секундомере (стержень при этом делает полный оборот на угол  $2\pi$  в одну сторону и полный оборот на угол  $2\pi$  в обратном направлении). Начало колебаний задаётся кнопкой . Кнопка «обнуляет» показания секундомера.



Кнопка позволяет выбирать номер эксперимента: 1 – определение упругости пружины; 2 – 8 – определение момента инерции разных тел, кроме того, она позволяет задавать необходимые параметры для каждого эксперимента.

Таблица 1

**Приборы**

№	Наименование	Параметры
1	Цифровой счётчик (секундомер)	Измеряет время колебаний в миллисекундах
2	Рамка с фотоэлементами	
3	Штанга	
4	Грузы на штанге	2 груза массой 260 г каждый
5	Крутильная пружина	
6	Исследуемое тело	Шар радиусом 8 см, цилиндры полый и сплошной радиусом 5 см, диски радиусом 15 см

Таблица 2

**Спецификация измерительных приборов**

№	Название прибора	Пределы измерения	Цена деления	Инструментальная погрешность
1	Секундомер	9999,9 мс	0,1 мс	0,1 мс
2	Линейка	30,0 см	1,0 см	0,1 см
3	Динамометр	1,0 Н	0,10 Н	0,01 Н

**2. Порядок выполнения работы**

1. Открыть виртуальный практикум по ссылке  
[WELCOME.PHYSLABS.MPEI.RU](http://WELCOME.PHYSLABS.MPEI.RU)
2. Выбрать работу №9 «Определение моментов инерции различных тел».
3. Запустить лабораторную работу. Последовательность действий:
  - а) «Начать эксперимент».
  - б) В появившемся окне выбрать в правом верхнем углу выбрать значок .
  - в) На появившейся картинке выбрать параметры:  
Эксперимент 1, задать плечо силы от 10 см до 30 см, угол поворота ( $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$ )

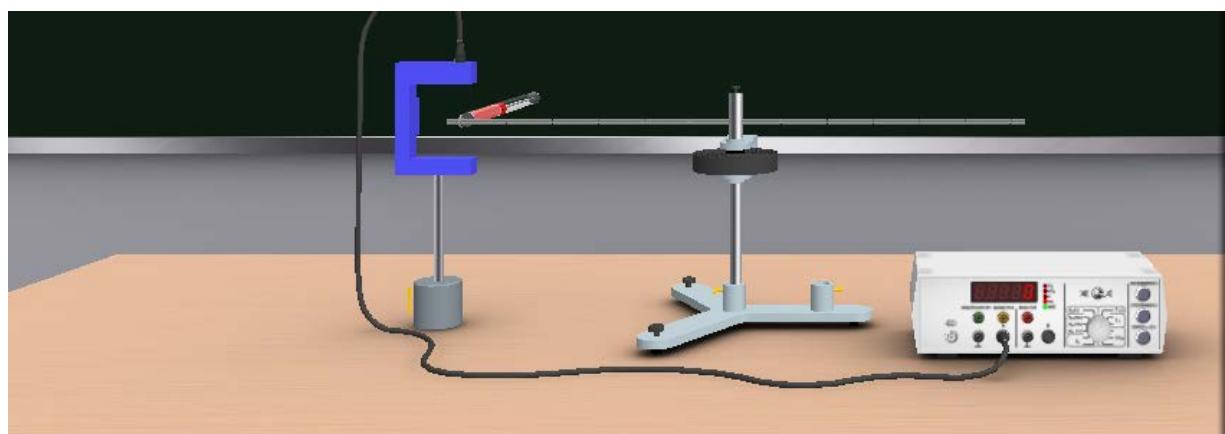
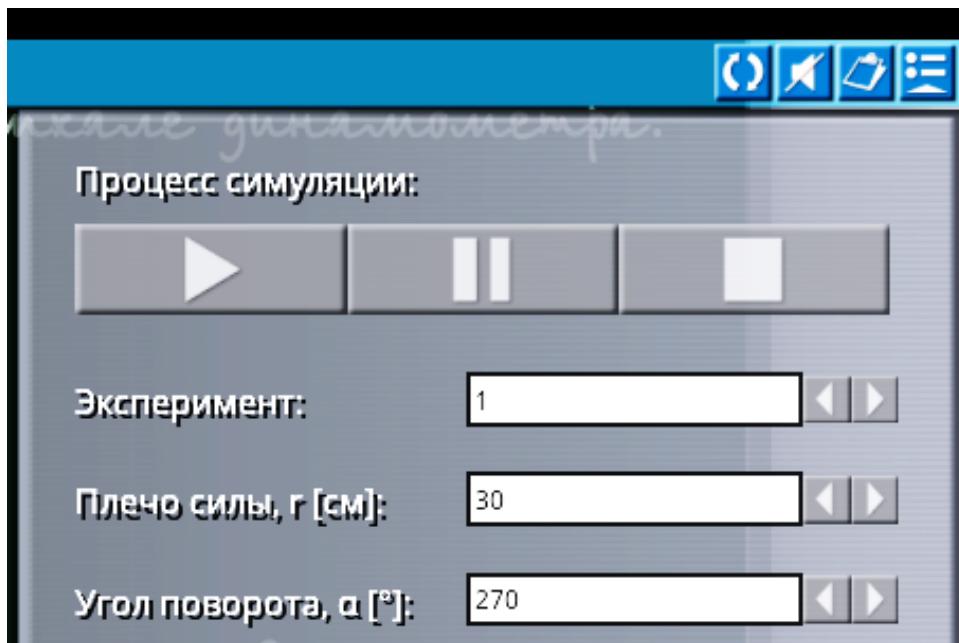


Рис.2. Схема эксперимента 1

1. В первом опыте (**Эксперимент 1**, рис.2) с помощью пружинного динамометра необходимо определить крутильный коэффициент  $D_r$  цилиндрической пружины, используемой для сцепления тел.  
Результаты измерений силы и расстояния до оси вращения записать в табл. 3.

Таблица 3

**Измерение крутильного коэффициента**

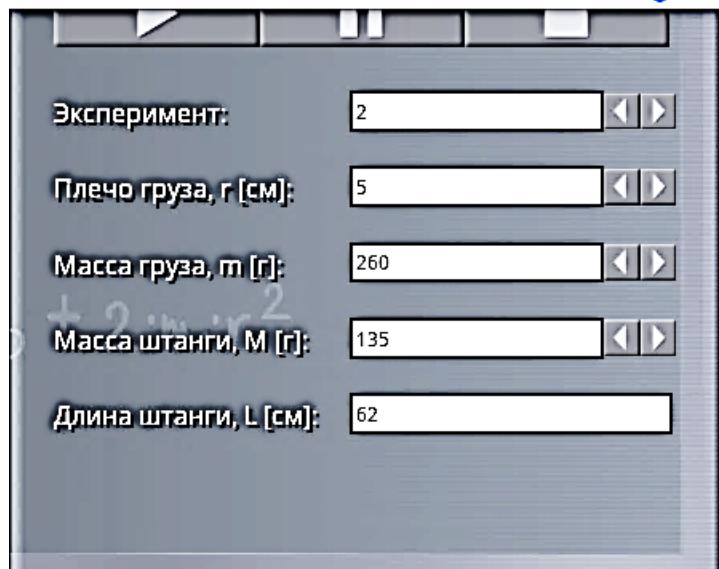
№ п/п	$r$ , см	$\Delta r$ , см	$F$ , Н	$\Delta F$ , Н	$\alpha$ , рад	$\Delta\alpha$ , рад	$D_r, \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{рад}}$
1	10				1,57		
2	15				1,57		
3	20				1,57		
4	25				1,57		
5	30				1,57		
Среднее							
1	10				3.14		
2	15				3.14		
3	20				3.14		
4	25				3.14		
5	30				3.14		
Среднее							
1	10				4.71		
2	15				4.71		
3	20				4.71		
4	25				4.71		
5	30				4.71		
Среднее	-	-	-	-	-	-	

Скачайте таблицу 3 по значку  . Проверьте полученные значения силы. (Проверить наличие даты выполнения работы).

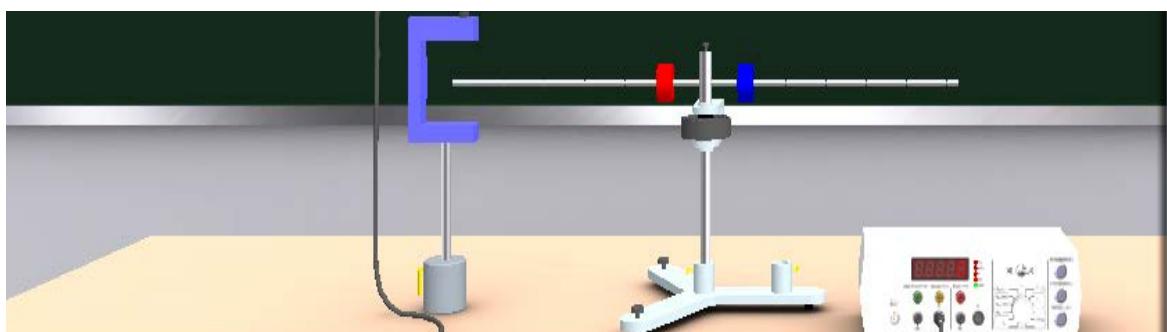
Пример

A	B	C	D	E	F	G	H	Строка формул	K	L	M	N
1												
2	ВЛР Момент инерции различных тел - экспериментальные данные											
3												
4	Дата составления отчета:				[2022-05-04]							
5												
6	Длина штанги L [см] =				62							
7												
8	Эксперимент 1 - Определение крутильного коэффициента пружины											
9	Плечо усилия $r$ [см] =				10	15	20	25	30			
10	Угол поворота $\alpha$ [гр] =				Усилие [Н] =							
11					90		0,43	0,29	0,22	0,17	0,14	
12					180		0,86	0,57	0,43	0,34	0,29	
13					270		1,29	0,86	0,65	0,52	0,43	

2. Во втором опыте необходимо определить **момент инерции**  $J$  штанги с грузами. Необходимо выбрать «**Эксперимент 2**».
- 3.



1. Выбрать плечо  $r$  (в зависимости от варианта). Провести опыт пять раз для одного и того же выбранного значения  $r$ . Определить период колебаний по показаниям секундомера (до первой остановки показаний на секундомере). Чтобы снять показания секундомера, необходимо колёсиком мыши приблизить картинку, а затем курсором мыши передвинуть изображение так, чтобы был виден секундомер (рис. 3).



**Рис. 3. Схема эксперимента 2**

Результаты измерений занести в табл. 4.

Таблица 4

**Измерение момента инерции штанги с грузами**

№ п/п	$r$ , см	$\Delta r_i$ , см	$T_i$ , мс	$ \Delta T_i $ , мс
1				
2				
3				
4				
5				
Среднее				

Рассчитать среднее значение периода колебаний по формуле

$$\bar{T} = \frac{\sum T_i}{5}.$$

Полученное значение записать в табл. 4.

Рассчитать отклонения измеренных значений периода  $T_i$  от среднего значения периода: ( $|\Delta T_i| = |\bar{T} - T_i|$ ). Записать в табл. 4

 Скачать таблицу  . Сравнить с данными табл. 4. Пример таблицы.

ВЛР Момент инерции различных тел - экспериментальные данные						
Дата составления отчета:	[2022-05-04]					
Длина штанги L [см] =	62					
Эксперимент 1 - Определение крутильного коэффициента пружины						
Плечо усилия r [см] =		10	15	20	25	30
Угол поворота а [гр] =	Усилие [Н] =					
90		0,43	0,29	0,22	0,17	0,14
180		0,86	0,57	0,43	0,34	0,29
270		1,29	0,86	0,65	0,52	0,43
Эксперимент 2 - Определение момента инерции штанги						
Масса штанги M [г] =		135				
Масса груза m [г] =		250				
Плечо груза r [см] =		0	5	10	15	20
Период колебаний [мс] =		2848	3704	4805	6016	7284
						8584

4. Определить зависимость момента инерции штанги с грузами от расстояния грузов до оси вращения. Для этого повторить предыдущий опыт по одному разу для разных значений  $r$ . Найденные значения периода колебаний записать в табл. 5.

Таблица 5

**Зависимость момента инерции грузов от расстояния  
до оси вращения**

№ п/п	$r, \text{ см}$	$T, \text{ мс}$	$I, 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ,	$I_{\text{гр}}, 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$
1	10			
2	15			
3	20			
4	25			
5	30			

Масса штанги  $m_{\text{ш}} = \dots \text{ г}$

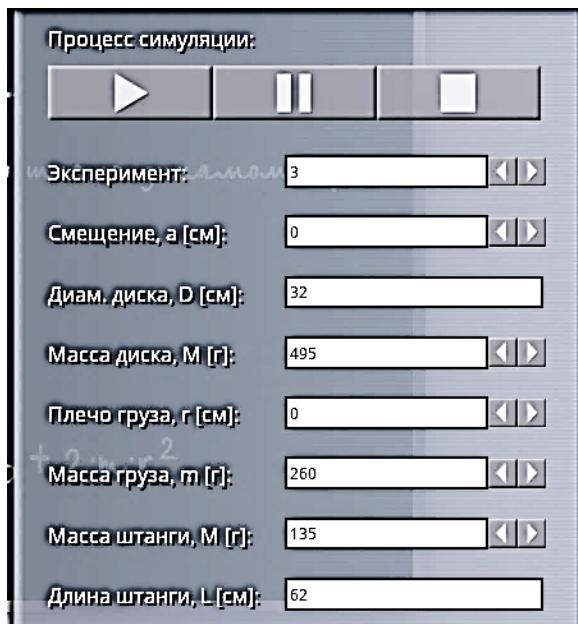
Длина штанги  $l_{\text{ш}} = \dots \text{ см}$

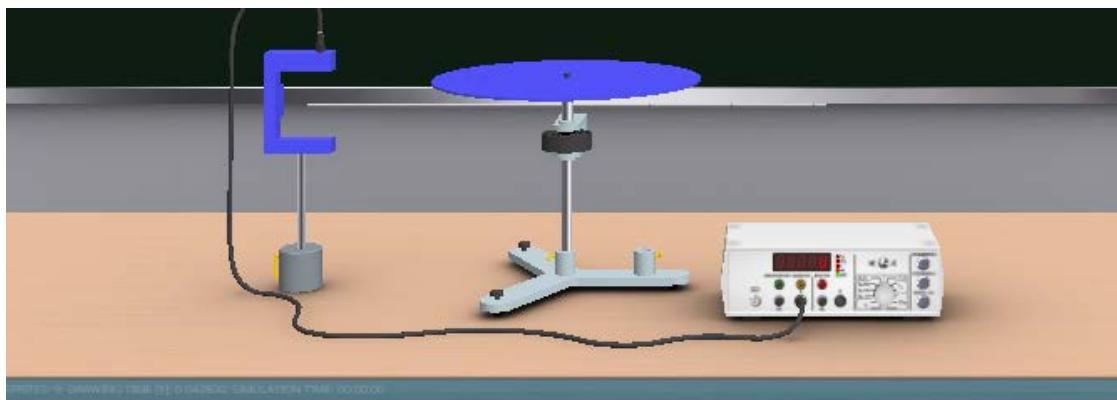
Масса груза  $m_{\text{гр}} = \dots \text{ г}$

5. \* Провести эксперимент 3 «Проверка теоремы Штейнера» – определение момента инерции диска относительно оси, проходящей через центр диска (однородного) (рис.4а, эксперимент 3а) и на разных расстояниях от центра  $a$  (рис.4б, эксперимент 3б).

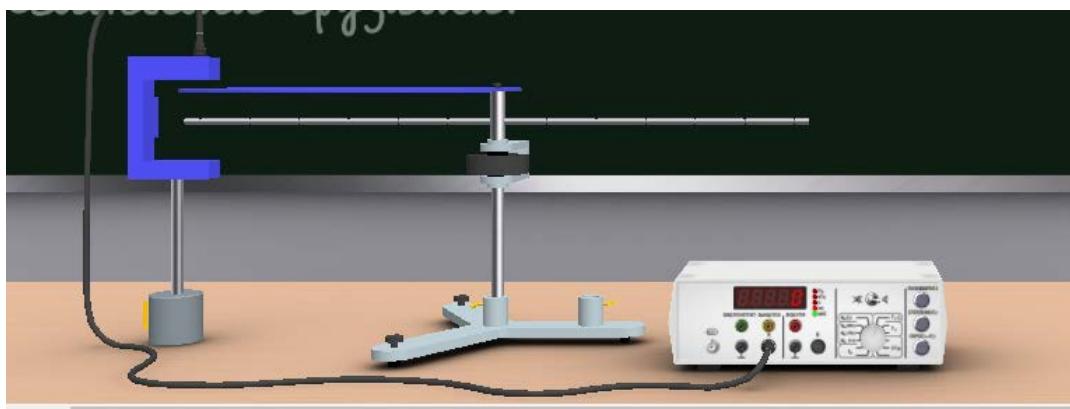
Задать диаметр диска, массу диска, массу и длину штанги (без груза). Штанга используется для перекрытия фотодатчика.

5. Определить период колебаний по показаниям секундометра (до первой остановки показаний на секундомере). Полученные значения записать в табл. 6.





**Рис. 4а. Схема эксперимента 3а**



**Рис. 4б. Схема эксперимента 3б**

Таблица 6  
Зависимость момента инерции диска от расстояния центра диска до оси вращения

№ п/п	$a, \text{ см}$	$T, \text{ мс}$	$I, 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$	$I_d, 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$
1	0			
2	2			
3	4			
4	6			
5	8			
6	10			
7	12			
8	14			

Масса диска -  $m_d = \dots \text{ г}$

Диаметр диска -  $d_d = \dots \text{ см}$

Масса штанги  $m_{ш} = \dots \text{ г}$

Длина штанги  $l_{ш} = \dots \text{ см}$

6. \* Провести эксперимент 5 « Измерение момента инерции шара».

Задать массу шара. Массу и длину штанги выбрать такими же, как в эксперименте 2. Плечо груза выбрать равным нулю (груз отсутствует). Схема опыта приведена на рис. 5.

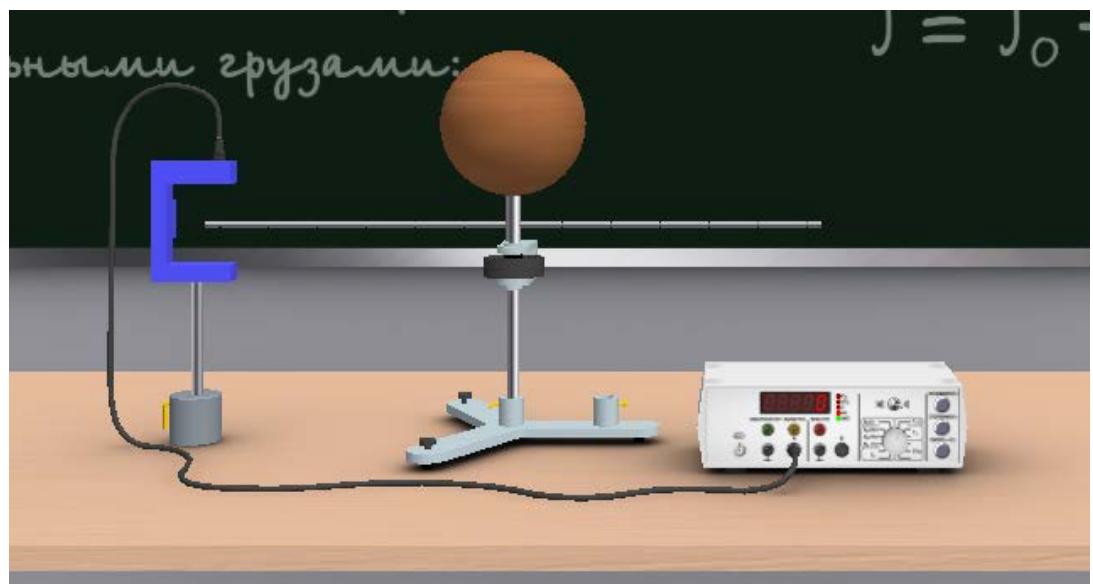


Рис. 5. Схема эксперимента 5

Определить период колебаний по показаниям секундометра (до первой остановки показаний на секундомере) для пяти разных значений диаметра шара. Полученные значения записать в табл. 7.

Таблица 7  
**Зависимость момента инерции шара от его диаметра**

№ п/п	$D$ , см	$T$ , мс	$I, 10^{-3}$ кг · м <sup>2</sup> ,	$I_{ш}, 10^{-3}$ кг · м <sup>2</sup>
1	10			
2	12			
3	14			
4	16			
5	18			
6	20			
7	22			
8	24			

Масса шара –  $m_{ш} = \dots\dots$  г

Скачать таблицу  . Сравнить с данным табл. 7.

Эксперимент 5 - Определение момента инерции деревянного шара	
Диаметр шара D [см] =	24
Масса шара M [г] =	1200
Масса штанги M [г] =	135
Масса груза m [г] =	260
Плечо груза r [см] =	0
Период колебаний [мс] =	4025

\*Примечание: эксперимент 3 выполняют в вариантах 1-15, а эксперимент 5 – в вариантах 16-30 (по списку студентов в группе)

### 3. Обработка результатов измерений

1. Рассчитать значение крутильного коэффициента для каждого значения  $r_i$  ( $i = 5$ ) и угла  $\alpha_j$  ( $j = 3$ ):

$$D_{ri} = \frac{F_i \cdot r_i}{\alpha_j} = \dots \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{рад}}$$

Полученные значения записать в табл. 3.

Рассчитать среднее значение крутильного коэффициента для каждого угла (3 значения). Полученные значения записать в табл. 3. По полученным значениям рассчитать среднее значение  $\bar{D}_r$  по формуле:

$$\bar{D}_r = \frac{\sum D_{ri}}{3} = \dots \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{рад}}.$$

2. Рассчитать погрешность  $\Delta D_r$  (для выбранного одного угла  $\alpha$  и одного расстояния  $r$ )

$$\Delta D_r = D_r \sqrt{\left(\frac{\Delta F}{F}\right)^2 + \left(\frac{\Delta r}{r}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \alpha}{\alpha}\right)^2} = \dots \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{рад}}$$

$$\Delta F = \Delta F_{\text{инстр}} = 0,01 \text{ Н},$$

$$\Delta r = \Delta r_{\text{инстр}} = 0,1 \text{ см},$$

$$\Delta \alpha = \Delta \alpha_{\text{инстр}} = 0,05 \text{ рад.}$$

3. Записать значение крутильного коэффициента с учётом погрешности:

$$D_r = \bar{D}_r \pm \Delta D_r.$$

4. Рассчитать момент инерции по данным табл. 3 и 4 – по средним значениям крутильного коэффициента и периода колебаний – по формуле (7)

$$\bar{I} = \frac{\bar{D}_r \bar{T}^2}{4\pi^2}.$$

5. Рассчитать погрешности измерений по формулам:

$$\Delta I = \bar{I} \sqrt{\left(\frac{\Delta D_r}{D_r}\right)^2 + 4 \left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2},$$

где

$$\Delta T = \sqrt{\left(\Delta T_{\text{случ}}\right)^2 + \left(\Delta T_{\text{инстр}}\right)^2},$$

$$\Delta T_{\text{случ}} = 2,776 \sqrt{\frac{\Sigma(\Delta T_i)^2}{n(n-1)}}$$

$$\Delta T_{\text{инстр}} = 0,1 \text{ мс},$$

$n$  – число измерений.

6. Записать момент инерции штанги с грузом для выбранного расстояния  $r$ :

$$I = \bar{I} \pm \Delta I.$$

7. Рассчитать моменты инерции штанги с грузами для разных расстояний грузов до оси вращения по формуле (7):

$$I_r = \frac{D_r T^2}{4\pi^2}.$$

Полученные результаты занести в табл. 5.

8. Рассчитать моменты инерции грузов по формуле

$$I_{\text{гр}} = I_r - I_{\text{шт}},$$

где момент инерции штанги  $I_{\text{шт}}$  рассчитывается по формуле

$$I_{\text{шт}} = \frac{m_{\text{шт}} l_{\text{шт}}^2}{12}.$$

Полученные значения  $I_{\text{гр}}$  записать в табл. 5.

9. Определить погрешность расчёта  $\Delta I_{\text{шт}}$  по формуле

$$\Delta I_{\text{шт}} = I_{\text{шт}} \sqrt{\left(\frac{\Delta m_{\text{шт}}}{m_{\text{шт}}}\right)^2 + 4 \left(\frac{\Delta l_{\text{шт}}}{l_{\text{шт}}}\right)^2},$$

где  $\Delta m_{\text{шт}} = 0,5$  г,  $\Delta l_{\text{шт}} = 0,5$  см.

10. Рассчитать погрешность измерения  $\Delta I_{\text{гр}}$  для выбранного расстояния (30 см).

$$\Delta I_{\text{гр}} = I_{\text{гр}} \sqrt{\frac{\Delta I_r^2 + \Delta I_{\text{гр}}^2}{(J_r - J_{\text{шт}})^2}} = \dots \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

11. Записать момент инерции груза для выбранного расстояния с учётом погрешности измерения

$$I_{\text{гр}} = \bar{I}_{\text{гр}} \pm \Delta I_{\text{гр}}.$$

12. Построить график зависимости  $I_{\text{гр}}(r)$ .

13. Построить график зависимости  $I_{\text{гр}}(r^2)$ .

14. Сделать вывод по полученным зависимостям.

### **Задание по вариантам: эксперимент 3**

1. Рассчитать моменты инерции штанги с диском для разных положений диска по формуле

$$I = \frac{D_r T^2}{4\pi^2}.$$

Полученные результаты записать в табл.6.

2. Рассчитать моменты инерции диска по формуле:

$$I_d = I - I_{шт},$$

где  $I_{шт}$  рассчитывается по формуле  $I_{шт} = \frac{m_{шт}l^2}{12}$ .

Полученные значения  $I_d$  записать в табл. 6.

3. Рассчитать моменты инерции диска по теореме Штейнера:

$$I_d = I_{d0} + m_d a^2,$$

где  $a$  – расстояние между осями ( $I_{d0}$  – момент инерции диска относительно оси, проходящей через центр диска).

Сравнить с экспериментальными значениями.

### **Эксперимент №5**

1. Рассчитать моменты инерции шара со штангой  $I$  для разных диаметров шара  $D_{шт}$  по формуле

$$I = \frac{D_r T^2}{4\pi^2}.$$

Полученные значения записать в табл. 7.

2. Рассчитать моменты инерции шара  $I_{шт}$  по формуле

$$I_{шт} = I - I_{шт}.$$

Полученные значения занести в табл. 7.

3. Построить график зависимости момента инерции шара от его диаметра.

4. Рассчитать момент инерции шара  $I_{шт}$  для одного из диаметров по формуле

$$I_{шт} = \frac{m_{шт} D_{шт}^2}{10}.$$

Сравнить со значением, полученным экспериментально.

5. Сделать вывод по проделанной работе.

#### **4.Контрольные вопросы**

1. Что такое момент инерции?
2. Как определяется момент инерции тела, вращающегося вокруг оси, проходящей через центр масс?
3. Опишите принцип работы лабораторной установки.
4. От чего зависит период колебаний исследуемых тел в данном эксперименте?
5. Как экспериментально определить крутильный коэффициент цилиндрической пружины, закрепленной на оси вращения лабораторной установки?
6. Каков характер зависимости момента инерции грузов от их расстояния до оси вращения?
7. Выведите формулы для моментов инерции стержня, кольца, диска, цилиндров (полого и сплошного) и шара.

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 10

## МАЯТНИК МАКСВЕЛЛА

**Цель работы:** изучение плоского движения тела. Из эксперимента определяются момент инерции маятника Максвелла, а также кинетическая и потенциальная энергия маятника при движении вверх и вниз.

### 1. Описание установки и метода измерений

Маятник Максвелла представляет собой диск (или колесо), насаженный на цилиндрический вал и жестко скрепленный с ним (рис. 1). Центры масс диска и вала лежат на одной оси. Диск маятника Максвелла подвешен на нитях за оба конца его вала так, что нити могут наматываться на вал. При разматывании нитей маятник совершает плоское движение, которое складывается из поступательного движения центра масс и вращательного движения вокруг оси симметрии. При движении маятника потенциальная энергия маятника переходит в кинетическую энергию и снова в потенциальную. Процесс перемещения маятника вниз и вверх повторяется до тех пор, пока потенциальная энергия, полученная за счёт начальной высоты диска, не будет полностью израсходована за счёт работы диссипативных сил.

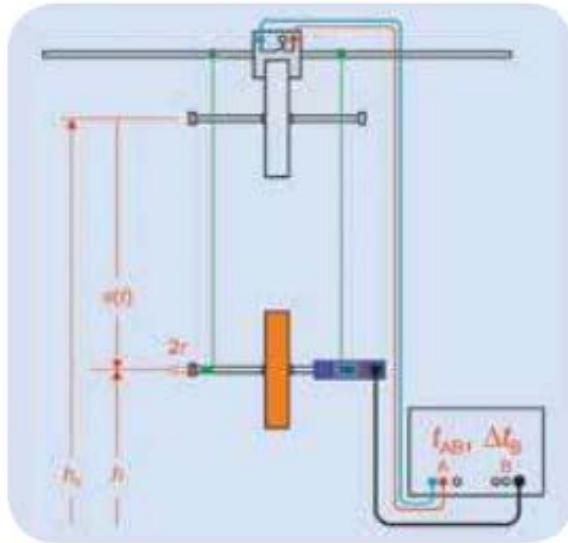
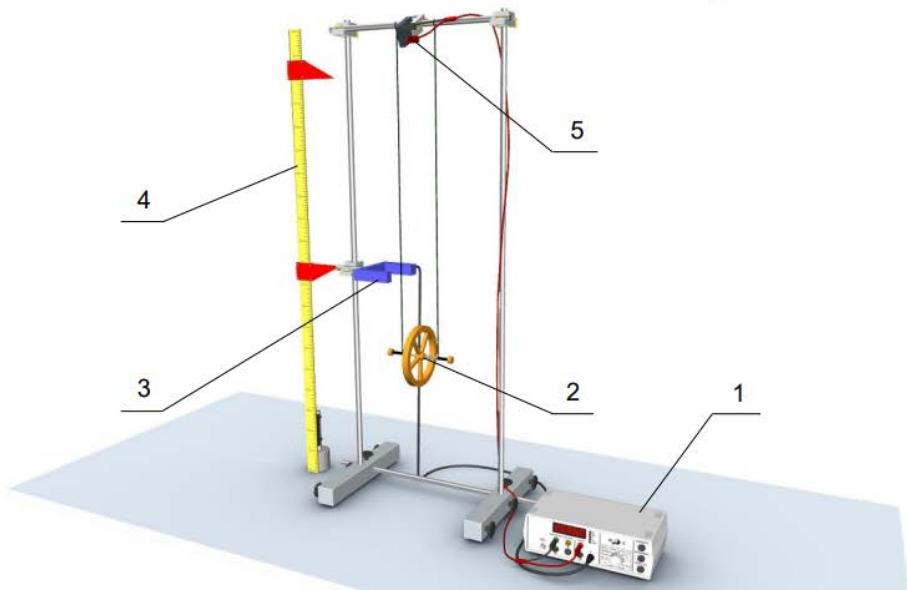


Рис. 1. Маятник Максвелла

Схема лабораторного стенда приведена на рис.2.



**Рис. 2. Схема лабораторного стенда**

**Таблица 1  
Состав лабораторного стенда**

№	Наименование	Параметры
1	Секундомер	Цена деления – 1 мс
2	Колесо	Диаметр 130 мм, масса 350-390 г, радиус вала 2 - 4 мм
3	Рамка с фотоэлементами	
4	Вертикальная линейка	Длина 100 см
5	Пусковой механизм	

**Таблица 2**

**Спецификация измерительных приборов**

№	Название прибора	Пределы измерения	Цена деления	Инструментальная погрешность
1	Секундомер	9999 мс	1 мс	1 мс
2	Линейка	100 см	1 см	0,05 см
	Штангенциркуль	250 мм	0,1 мм	0,1 мм

### Данные установки

Масса колеса  $m = \dots$  г,  $\Delta m = 1$  г.

Радиус вала (стержня)  $r = \dots$  мм,  $\Delta r = 0,1$  мм.

Фотоэлектрический датчик 3 устанавливается на разных высотах так, чтобы ось диска Максвелла 2 многократно пересекала пучок света. По времени между пересечениями пучка света можно определить

мгновенную скорость маятника и по ней рассчитать его кинетическую энергию.

Так как при движении маятника Максвелла нет проскальзывания нити относительно вала, мгновенная скорость поступательного движения центра масс диска  $v$  связана с угловой скоростью вращения диска вокруг своей оси  $\omega$  следующим образом:

$$v = \omega r, \quad (1)$$

где  $r$  – радиус вала, на который наматывается нить при движении маятника.

Изменение полной энергии маятника при его движении равно сумме изменений потенциальной энергии, кинетической энергии поступательного движения центра масс, кинетической энергии вращательного движения, и равно работе диссипативных сил. Если эту работу принять равной нулю\*, то для движения маятника вниз имеем:

$$\Delta W = -mg\Delta h + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = 0, \quad (2)$$

где  $m$  – суммарная масса диска и вала,  $I$  – момент инерции диска с валом.

Используя соотношение (1), запишем:

$$\Delta W = -mg\Delta h + \frac{1}{2}mv^2 \left(1 + \frac{I}{mr^2}\right) = 0 \quad (3)$$

Продифференцировав соотношение (3) по времени, получим

$$0 = -mgv + \frac{1}{2}m2v\frac{dv}{dt} \left(1 + \frac{I}{mr^2}\right) = 0, \quad (4)$$

Из (4) находим ускорение центра масс:  $a = \frac{dv}{dt}$ :

$$a = \frac{g}{1 + \frac{I}{mr^2}}, \quad (5)$$

Определив экспериментально ускорение  $a$ , можно рассчитать момент инерции маятника  $I$ .

$$I = mr^2 \left(\frac{g}{a} - 1\right), \quad (6)$$

В работе ускорение  $a_1$  определяется по расстоянию  $S$ , пройденному маятником за время  $t$  при движении вниз по формуле:

$$a_1 = \frac{2S}{t^2}. \quad (7)$$

Второй способ определения ускорения в работе – по мгновенной скорости  $v$ , достигаемой после прохождения маятником расстояния  $S$

$$a_2 = \frac{v^2}{2S}. \quad (8)$$

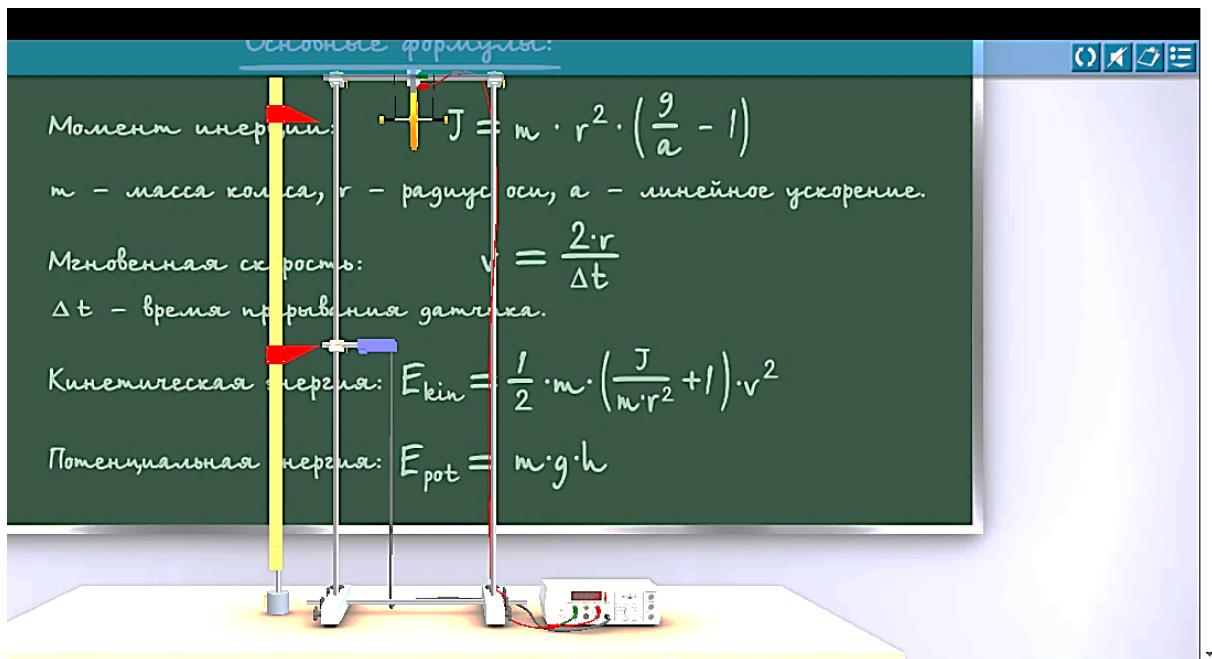
Мгновенная скорость рассчитывается по формуле

$$v = \frac{2r}{\tau}, \quad (9)$$

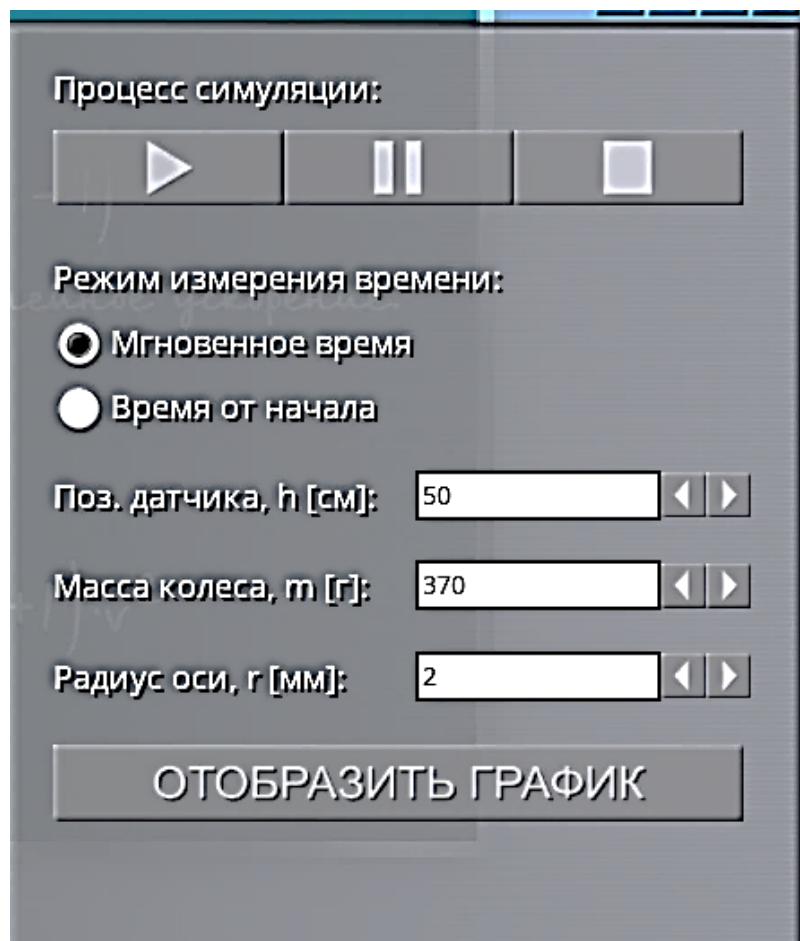
где  $\tau$  – время прохождения фотодатчика.

## 2. Порядок выполнения работы

1. Открыть виртуальный практикум по ссылке  
[WELCOME.PHYSLABS.MPEI.RU](http://WELCOME.PHYSLABS.MPEI.RU)
2. Выбрать работу №10 «Маятник Максвелла».
3. Запустить лабораторную работу. Последовательность действий:
  - a) «Начать эксперимент».



- б) В появившемся окне выбрать в правом верхнем углу значок .  
На появившейся картинке выбрать параметры



- в) Установить режим измерения времени – «Время от начала»
- г) задать положение датчика  $h$  – от 20 до 80 см (с интервалом в 10 см).
- д) Задать массу колеса  $m$  в г (от 350 до 390 г в зависимости от варианта).
- е) Задать радиус вала («радиус оси»)  $r$  (от 2 мм до 4 мм в зависимости от варианта).

4. Провести эксперимент для заданного положения маятника, нажав кнопку .

Чтобы можно было снять показания секундомера, необходимо колёсиком мыши приблизить картинку, а затем курсором мыши передвинуть изображение так, чтобы был виден секундомер.

5. Повторить измерения для других значений  $h$ . Результаты измерений записать в табл. 3.

6. Скачать (или сфотографировать) таблицу в формате excel по значку  и сравнить данные из неё (записываются автоматически) с данными табл.3. Должна быть видна дата выполнения работы.

## Пример

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
4	Дата составления отчета:					[2022-05-03]								
5														
6	Масса колеса $m$ [г] =					370								
7	Радиус оси $r$ [мм] =					2								
8														
9	Положение датчика $h$ [см] =					20	30	40	50	60	70	80		
10														
11	Мгновенное время [мс] (движение вниз) =													
12	Мгновенное время [мс] (движение вверх) =													
13	Мгновенное время [мс] (движение вниз) =													
14	Мгновенное время [мс] (движение вверх) =													
15	Мгновенное время [мс] (движение вниз) =													
16	Мгновенное время [мс] (движение вверх) =													
17	Мгновенное время [мс] (движение вниз) =													
18	Мгновенное время [мс] (движение вверх) =													
19	Мгновенное время [мс] (движение вниз) =													
20	Мгновенное время [мс] (движение вверх) =													
21	Мгновенное время [мс] (движение вниз) =													
22	Мгновенное время [мс] (движение вверх) =													
23	Мгновенное время [мс] (движение вниз) =													
24	Мгновенное время [мс] (движение вверх) =													
25	Мгновенное время [мс] (движение вниз) =													
26														
27	Время от начала движения [мс] (движение вниз) :					9890	9283	8600	7852	7042	6092	4984		
28														

6. Провести эксперимент для второго режима измерения времени (**Мгновенное время**), установив датчик на высоте  $h$  – от 20 до 80 см (с интервалом в 10 см). Измерить  $\tau$  – время прохождения маятником фотодатчика (**только первое прохождение**) при движении вниз (по показаниям цифрового миллисекундомера). После измерения этого времени движение маятника можно остановить. Занести полученные значения в табл.4.

7. Провести измерения времени движения маятника для высоты 20 см (путь – 80 см) для нескольких проходений маятником фотодатчика при движении вниз – вверх, для этого воспользоваться данными таблицы в формате excel по значку .

## Пример

Дата составления отчета:	[2022-06-07]							
Масса колеса $m$ [г] =	370							
Радиус оси $r$ [мм] =	4							
Положение датчика $h$ [см] =	20	30	40	50	60	70	80	
Мгновенное время [мс] (движение вниз) =	24			31				
Мгновенное время [мс] (движение вверх) =	29			42				
Мгновенное время [мс] (движение вниз) =	29			41				
Мгновенное время [мс] (движение вверх) =	33			62				
Мгновенное время [мс] (движение вниз) =	35			60				
Мгновенное время [мс] (движение вверх) =	40			260				
Мгновенное время [мс] (движение вниз) =	41			231				
Мгновенное время [мс] (движение вверх) =	50							
Мгновенное время [мс] (движение вниз) =	48							
Мгновенное время [мс] (движение вверх) =	63							
Мгновенное время [мс] (движение вниз) =	61							
Мгновенное время [мс] (движение вверх) =	86							
Мгновенное время [мс] (движение вниз) =	84							
Мгновенное время [мс] (движение вверх) =	200							
Мгновенное время [мс] (движение вниз) =	185							

8. Записать выбранные значения массы колеса и радиуса вала в протокол.

Примечание:

Во время выполнения работы рекомендуется контролировать показания миллисекундомера и наблюдать изменение положения маятника по графику, который открывается по надписи «Отобразить график».

### Данные установки

Масса колеса  $m = \dots$  г,  $\Delta m = 1$  г.

Радиус вала (стержня)  $r = \dots$  мм,  $\Delta r = 0,1$  мм.

Таблица 3

№	Высота датчика $h$ , см	Расстояние, пройденное маятником $S$ , см	Время спуска $t$ , мс	Ускорение $a_1$ м/с <sup>2</sup>
1	20	80		
2	30	70		
3	40	60		
4	50	50		
5	60	40		
6	70	30		
7	80	20		
Среднее				

Таблица 4

№	Высота датчика $h$ , см	Расстояние, пройденное маятником $S$ , см	Время прохождения датчика $\tau$ вниз, мс	Мгновенная скорость $v$ , м/с	Ускорение $a_2$ , м/с $^2$
1	20	80			
2	30	70			
3	40	60			
4	50	50			
5	60	40			
6	70	30			
7	80	20			
Среднее					

### 3. Обработка результатов измерений

1. Рассчитать ускорение  $a_1$  по формуле (7). Определить среднее значение.
2. Рассчитать мгновенную скорость по формуле  $v = \frac{2r}{\tau}$ .

Полученные значения записать в табл. 3.

3. Рассчитать ускорение по формуле (8). Полученные значения записать в табл. 4.
4. Рассчитать момент инерции колеса по формуле (6) для  $a_1$  и  $a_2$  и сравнить с теоретическим значением, рассчитанным по формуле  $I = mR^2$ . Радиус колеса  $R = 65$  мм.
5. Объяснить различие экспериментального и теоретического значений.
6. Построить графики зависимости мгновенной скорости  $v$  от времени  $\tau$ . По графику скорости определить ускорение  $a_2$  и сравните его с  $a_1$ .
7. Рассчитать мгновенную скорость  $v$  маятника по данным табл. 5 по формуле  $v = \frac{2r}{\tau}$ . Рассчитать кинетическую энергию маятника по формуле

$$W_k = \frac{I\omega^2}{2} = mr^2 \left( \frac{g}{a} - 1 \right) \frac{v^2}{r^2}.$$

8. Построить график зависимости  $W_k$  от времени  $\tau$ .
9. Рассчитать начальную потенциальную энергию маятника по формуле

$$W_{\text{п}} = mgh.$$

10. Рассчитать погрешности измерений и записать результаты измерений с учётом погрешностей.

$$\Delta a_1 = a_1 \sqrt{\left(\frac{\Delta S}{S}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2}.$$

$$\Delta a_2 = a_2 \sqrt{\left(\frac{\Delta S}{S}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta v}{v}\right)^2}.$$

$$\Delta I = I \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta r}{r}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \frac{\Delta a^2 + \Delta g^2}{(g - a)^2}}.$$

$$a_1 = \bar{a}_1 \pm \Delta a_1.$$

$$a_2 = \bar{a}_2 \pm \Delta a_2.$$

$$I = \bar{I} \pm \Delta I.$$

11. Сделать вывод по проделанной работе.

#### 4. Контрольные вопросы

1. Опишите принцип работы лабораторной установки.
2. Каким образом маятник Максвелла иллюстрирует закон сохранения энергии?
3. Как определяется кинетическая энергия маятника Максвелла?
4. Как определяется ускорение движения маятника?
5. Как определяется момент инерции диска маятника Максвелла?
6. Как зависит мгновенная скорость от времени для движения диска маятника Максвелла вниз?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ $C_p/C_V$ ДЛЯ ВОЗДУХА МЕТОДОМ РЕЙХАРДТА

**Цель работы:** определение коэффициента Пуассона  $\gamma = C_p/C_V$  для воздуха и оценка применимости уравнения Пуассона  $pV^\gamma = \text{const}$  к изучаемому процессу.

#### Введение

При сжатии постоянной массы газа в зависимости от условий теплообмена и скорости процесса можно получить различные законы, связывающие термодинамические параметры идеального газа. Если молярная теплоёмкость ( $C = \frac{\delta Q M}{dT m}$ ,  $Q$  – количество теплоты,  $T$  – абсолютная температура газа,  $M$  - молярная масса,  $m$  – масса газа) идеального газа остается неизменной, процесс называется политропным и описывается уравнением:

$$pV^n = \text{const}, \quad (1)$$

где  $p$  – давление газа,  $V$  – его объём,  $n$  – показатель политропы.

Предельными частными случаями политропного процесса являются изотермический процесс ( $n = 1$ ,  $C = \pm\infty$ ) и адиабатный процесс ( $\delta Q = 0$ ,  $n = \gamma$ ),  $\gamma$  - коэффициент Пуассона.

Равновесный адиабатный процесс происходит без теплообмена с окружающей средой и описывается уравнением Пуассона:

$$pV^\gamma = \text{const}. \quad (2)$$

Коэффициент Пуассона  $\gamma$  определяется отношением молярных теплоёмкостей идеального газа при постоянном давлении  $C_p$  и постоянном объеме  $C_V$ :

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i + 2}{i}, \quad (3)$$

где  $i$  – число степеней свободы молекул газа.

В быстропротекающих процессах теплообменом с окружающей средой можно пренебречь. При быстром расширении или сжатии газа происходит практически адиабатный процесс.

При средних температурах и атмосферном давлении воздух подчиняется законам идеальных газов. В работе экспериментально определяется значение показателя адиабаты для воздуха  $\gamma'$ , которое сравнивается со значением  $\gamma$ , рассчитанным по формуле (3).

## 1. Описание установки и метода измерения

В опыте Рейхардта показатель адиабаты для воздуха определяется по вертикальным колебаниям поршня, покоящегося на воздушной подушке внутри стеклянной трубки, имеющей постоянное поперечное сечение, и помещенной в стеклянный сосуд (рис. 1).

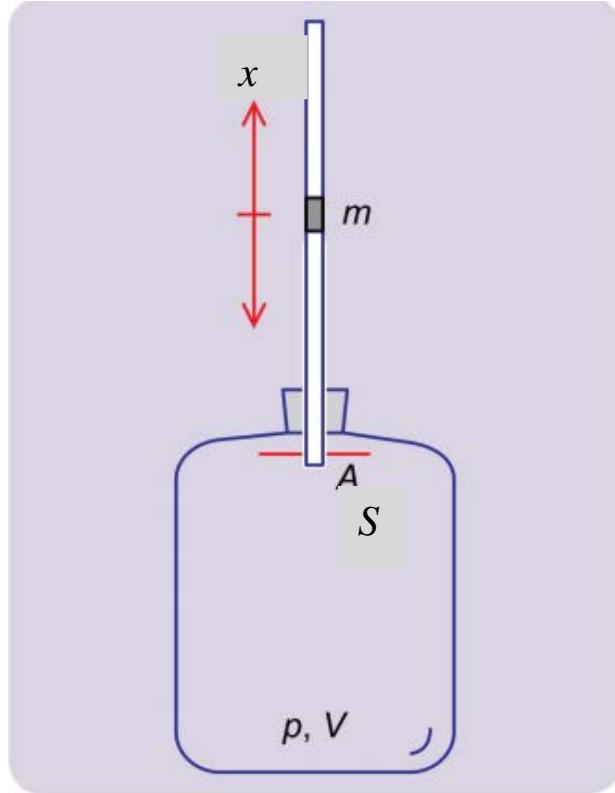


Рис. 1. Внешний вид установки

Поршень плотно прилегает к стенкам трубы, образуя воздухонепроницаемое уплотнение. Выведение поршня из положения равновесия вызывает поочерёдное расширение или сжатие воздуха внутри трубы, что приводит к повышению или понижению давления внутри сосуда. Сила давления, действующая на поршень, стремится вернуть его в положение равновесия. При малых смещениях возвращающая сила пропорциональна смещению поршня из положения равновесия и направлена в противоположную сторону. В этом случае поршень совершает гармонические колебания.

В данном опыте алюминиевый поршень совершает колебания внутри узкой стеклянной трубы, выходящей вертикально из верхней части стеклянного сосуда большого объёма. Можно считать, что теплообмен с окружающей средой отсутствует и происходящие процессы расширения и сжатия воздуха являются адиабатными и описываются уравнением Пуассона (2).

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 2.



**Рис. 2. Схема экспериментальной установки**

Продифференцировав уравнение (2), можно получить соотношение между изменениями давления  $p$  и объёма  $V$ :

$$\begin{aligned} dp + \gamma \frac{p}{V} dV &= 0 \text{ или} \\ dp + \gamma \frac{p}{V} S dx &= 0, \end{aligned} \tag{4}$$

где  $S$  — площадь сечения трубы,  $dx$  — перемещение поршня.

Для силы давления  $dF$  имеем:

$$dF = dpS = -\gamma \frac{p}{V} S^2 dx. \tag{5}$$

Проинтегрировав, получаем для возвращающей силы  $F$ :

$$F = -\gamma \frac{p}{V} S^2 \Delta x. \tag{6}$$

Запишем уравнение для движения поршня ( $m\vec{a} = \vec{F}$ ):

$$m \frac{d^2 \Delta x}{dt^2} = -\gamma \frac{p}{V} S^2 \Delta x, \tag{7}$$

или

$$\frac{d^2\Delta x}{dt^2} + \gamma \frac{p}{Vm} S^2 \Delta x = 0,$$

где  $m$  — масса поршня.

Обозначив  $\gamma \frac{p}{Vm} S^2$  как  $\omega^2$ , получим классическое уравнение для свободных гармонических колебаний:

$$\frac{d^2\Delta x}{dt^2} + \omega^2 \Delta x = 0, \quad (8)$$

одним из решений которого является выражение:

$$x = x_0 \cos \omega t, \quad (9)$$

где  $\omega$  — круговая частота ( $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ).

Период колебаний  $T$  равен

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{Vm}{\gamma p S^2}}. \quad (10)$$

Объём  $V$  считаем равным объёму сосуда с газом, так как объём трубы достаточно мал и его можно не учитывать.

Давление  $p$  равно сумме наружного давления воздуха  $p_0$  и давления, создаваемого алюминиевым поршнем на воздух в замкнутом объёме в состоянии покоя:

$$p = p_0 + \frac{mg}{S}, \quad (11)$$

где  $g$  — ускорение свободного падения.

Для коэффициента Пуассона получаем:

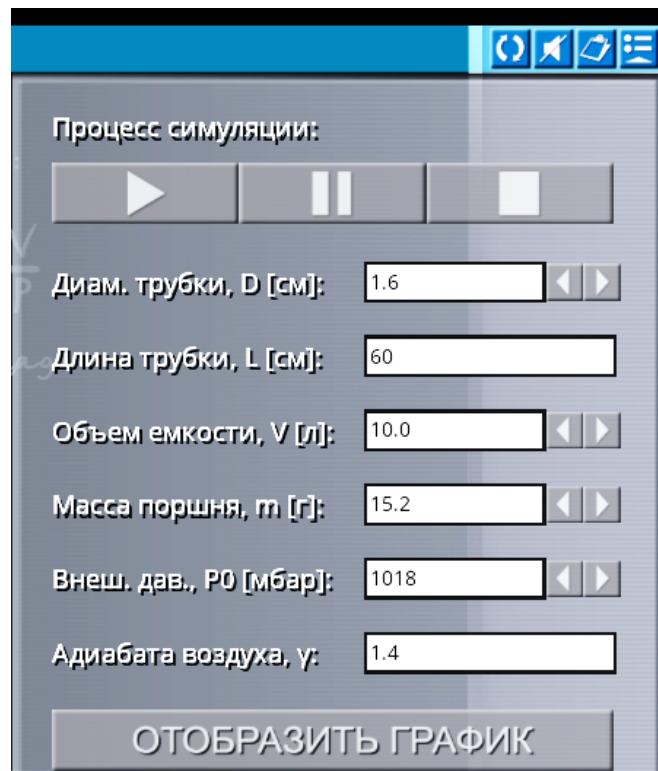
$$\gamma = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \frac{m}{S^2} \frac{V}{p}. \quad (12)$$

## 2. Порядок выполнения работы

1. Открыть виртуальный практикум по ссылке [WELCOME.PHYSLABS.MPEI.RU](http://WELCOME.PHYSLABS.MPEI.RU)
2. Выбрать работу № 5 по термодинамике «Показатель адиабаты воздуха».
3. Запустить лабораторную работу. Последовательность действий:  
а) «Начать эксперимент».

б) В появившемся окне выбрать в правом верхнем углу значок .

На появившейся картинке выбрать параметры:



3. Задать: диаметр трубы  $D$  ( $D_{\min} = 1,2$  см;  $D_{\max} = 1,8$  см); длину трубы – 60 см, объём сосуда  $V$  ( $V_{\min} = 8,0$  л;  $V_{\max} = 12,0$  л); массу поршня  $m$  ( $m_{\min} = 12,0$  г,  $m_{\max} = 20,0$  г); атмосферное давление  $p_0$  ( $p_{0\min} = 1000$  мбар,  $p_{0\max} = 1050$  мбар). Выбор параметров проводится в соответствии с номером варианта.

Записать данные установки.

Диаметр трубы  $D = \dots$  см;  $\Delta D = 0,01$  см.

Длина трубы  $l = 60$  см,  $\Delta l = 0,5$  см.

Объём сосуда  $V = 8; 10; 12$  л;  $\Delta V = 0,05$  л.

Масса поршня  $m = \dots$  г;  $\Delta m = 0,05$  г.

Атмосферное давление  $p_0 = \dots$  мбар = .... Па; (1мбар = 100 Па).

$\Delta p_0 = 0,5$  мбар = 50 Па.

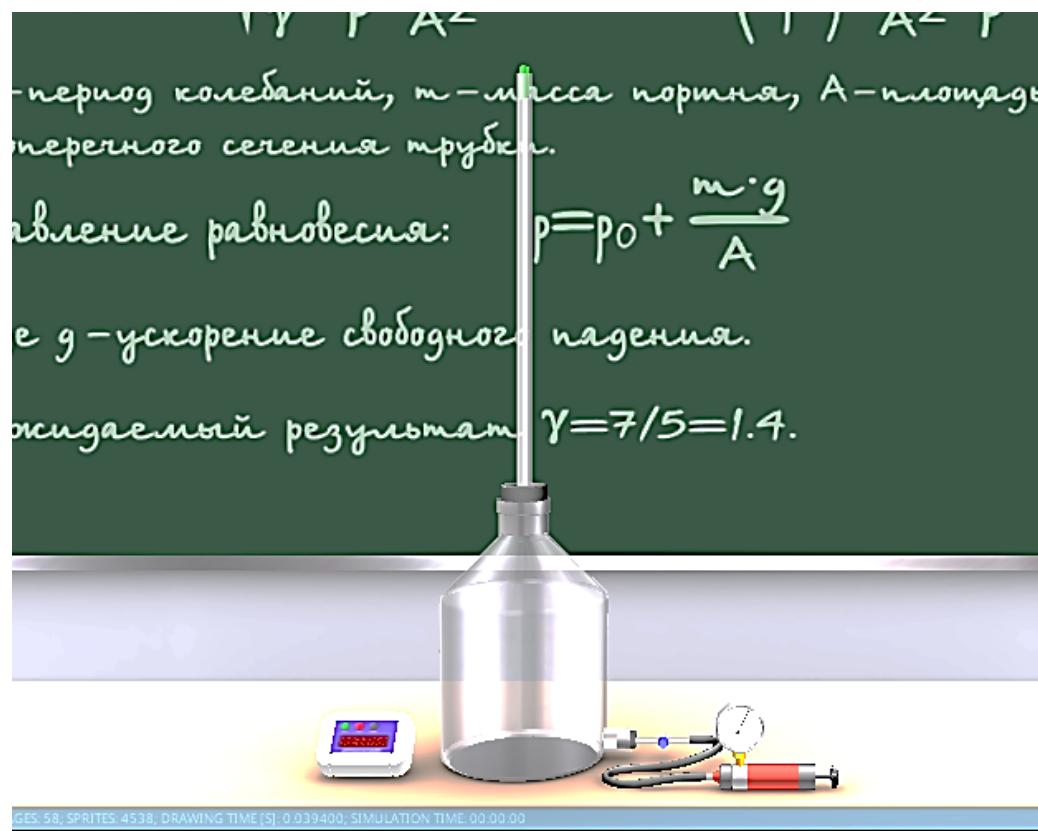


Рис. 3. Схема опыта

4. Заполнить табл. 1.

Таблица 1

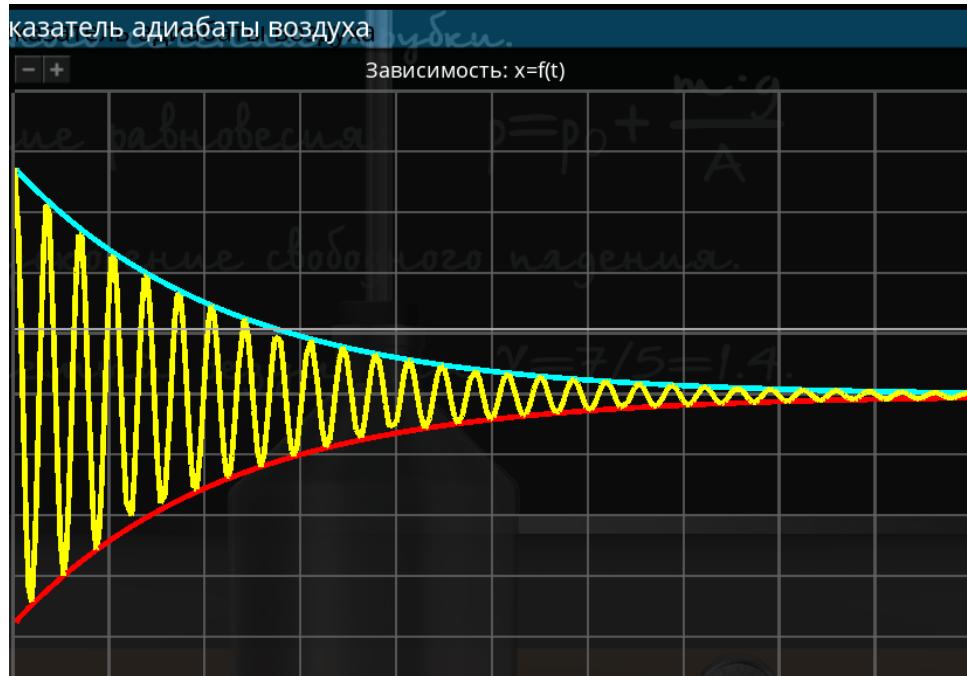
**Спецификация измерительных приборов**

№	Название прибора	Пределы измерения, с	Цена деления, с	Инструментальная погрешность
1	Секундомер	99,99	0,01	0,01

5. Провести измерение  $t$  – времени  $N$  (от 5 до 30) колебаний. Процесс наблюдать по графику, нажав кнопку

**ОТОБРАЗИТЬ ГРАФИК**

## Пример



6. Кнопкой вернуть поршень в первоначальное положение. Измерения провести 5 раз. Результаты измерений для 5 колебаний выписать из таблицы exell (кнопка ) в табл. 2.

Таблица 2

### Измерение времени N=5 колебаний ( $V= 8$ л)

№ п/п	$t_i$ , с (для 5 колебаний)	$ \Delta t_i $ , с	$T$
1			
2			
3			
4			
5			
Среднее			

7. Полученные значения времени колебаний для 5, 10, 15 колебаний (из таблицы ) записать в табл. 3.

Пример

ВЛР Показатель адиабаты воздуха - экспериментальные данные	
Дата составления отчета:	[2022-05-11]
Диаметр трубки D [см] =	1,5
Длина трубки L [см] =	60
Объем сосуда V [л] =	8
Масса поршня m [г] =	15
Внешнее давление P0 [мбар] =	1013
Справочная адиабата воздуха Gamma =	1,4
Время 5-ти колебаний поршня t5 [с] =	5,19
Время 10-ти колебаний поршня t10 [с] =	10,378
Время 15-ти колебаний поршня t15 [с] =	15,544

Таблица 3

**Измерение времени колебаний для 5, 10 и 15 колебаний  
(V= 8 л)**

№ п/п	Число колебаний	t, с	T, с
1	5		
2	10		
3	15		

8. Повторить измерения для других значений объёма сосуда (10 и 12 л) или других значений диаметра, длины трубки, массы поршня, атмосферного давления в зависимости от варианта. Результаты занести в табл. 4 и 5.

Таблица 4

**Измерение времени колебаний для 5,10 и 15 колебаний  
(V= 10 л)**

№ п/п	Число колебаний	t, с	T, с
1	5		
2	10		
3	15		

Таблица 5

**Измерение времени колебаний для 5,10 и 15 колебаний  
(V= 12 л)**

№ п/п	Число колебаний	$t, \text{ с}$	$T, \text{ с}$
1	5		
2	10		
3	15		

**3. Обработка результатов измерений**

1. Рассчитать среднее значение  $\bar{t}$ : по данным табл. 2.

$$\bar{t} = \frac{\sum t_i}{5}$$

2. Рассчитать период колебаний по формуле

$$T = \frac{\bar{t}}{n}$$

3. Рассчитать период колебаний для 10 и 15 колебаний, записать в табл.

Сделать вывод об изменении периода колебаний.

4. Рассчитать давление  $p$  по формуле (11).

5. Рассчитать коэффициент Пуассона по формуле (12):

$$\gamma' = \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 \frac{m}{S^2} \frac{V}{p},$$

где  $S = \frac{\pi D^2}{4}$ .

6. Рассчитать погрешность  $\Delta t$  по формулам:

$$\Delta t_{\text{сл}} = 2,776 \sqrt{\frac{\sum \Delta t_i^2}{20}}.$$

$$\Delta t = \sqrt{\Delta t_{\text{сл}}^2 + \Delta t_{\text{инс}}^2}.$$

7. Рассчитать погрешность периода колебаний  $\Delta T$ : ( $N= 5$ )

$$\Delta T = \frac{\Delta t}{5}.$$

8. Оценить качественно, влияет ли изменение объёма в указанном интервале (других параметров в других вариантах) на результат измерения. Для этого сравнить максимальный разброс значений

периода колебаний для разных объёмов (для 5 колебаний) с погрешностью  $\Delta T$ . Сделать вывод.

9. Записать результат измерения  $T$  с учётом правил округления:

$$T = \bar{T} + \Delta T.$$

10. Сравнить периоды колебаний для разного числа колебаний. Сделать вывод.

11. Рассчитать погрешность  $\Delta\gamma$  по формуле:

$$\Delta\gamma' = \gamma' \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2 + 16 \left(\frac{\Delta D}{D}\right)^2 + 4 \left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2}.$$

12. Записать результат измерения коэффициента Пуассона  $\gamma'$  в виде

$$\gamma' = \bar{\gamma}' \pm \Delta\gamma'.$$

13. Сравнить экспериментальное значение коэффициента Пуассона для воздуха  $\gamma'$  с  $\gamma$ , рассчитанным по формуле (3). ( $i=5$  для воздуха).

14. Сделать вывод по проделанной работе.

#### 4. Контрольные вопросы

1. Какой процесс называется адиабатным? Как изменяется температура газа при адиабатном расширении, сжатии?
2. Как в данной работе осуществляется адиабатный процесс?
3. Почему теплоемкость газа при изохорном и изобарном процессах отличаются друг от друга и на сколько?
4. Каков примерный состав атмосферного воздуха и какое значение отношения теплоемкостей при постоянном давлении и объеме следует ожидать для воздуха?
5. Что называется числом степеней свободы молекулы?
6. Выразить  $C_p$  и  $C_V$  через число степеней свободы.
7. Каково значение показателя адиабаты (коэффициента Пуассона) для идеальных одно-, двух- и многоатомных газов?
8. Что такое обратимый процесс? Почему процессы, осуществляющиеся в данной работе, необратимы?
9. Записать уравнение адиабаты и изобразить графически адиабату на диаграмме в координатах  $(p, V)$ ,  $(V, T)$ ,  $(p, T)$ .
10. Сформулировать первое начало термодинамики и записать его выражение для адиабатного процесса и для изопроцессов.

## **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Детлаф, А.А. Курс физики: учебное пособие для втузов. / А.А. Детлаф, , Б.М. Яворский. – М.: Высшая школа, 2001. – 718 с.
2. Савельев, И.В. Курс общей физики. Т.1. Механика. Молекулярная физика: учебное пособие / И.В. Савельев. – СПб.: Лань-Пресс, 2007. – 432 с.
3. URL: [HTTPS://SUNSPIRE.SITE/RU](https://sunspire.site/ru)

Практикум предназначен для студентов, которые обучаются дистанционно. Практикум доступен по ссылке [HTTPS://PHYSLABS.MPEI.RU](https://phylabs.mpei.ru).

Описания работ выполнены авторами на основе методик, представленных на сайте разработчиков – [HTTPS://SUNSPIRE.SITE/RU](https://sunspire.site/rus) (ИП Образцова Т.Б., товарный знак: SUNSPIRE®), при этом теоретическое введение, методика выполнения, порядок обработки результатов измерений и контрольные вопросы разработаны в соответствии с методическими требованиями и указаниями к выполнению и оформлению лабораторных работ, разработанных на кафедре физики им. В.А. Фабриканта НИУ «МЭИ».

Практикум представлен комплексом компьютерных программ, выполнение которых возможно в средах следующих операционных систем: Microsoft Windows, Linux, MacOS, Android, iOS, а также в среде веб-браузера с поддержкой технологии HTML5 и аппаратной поддержкой 3D графики (технология WebGL).

*Редактор Т.А. Феоктистова*

---

Дата подписания – 06.02.2023

Объем издания 11,7 МБ

Тираж – 10 электронных оптических дисков (DVD-R)

Издательство МЭИ  
111250, Москва, Красноказарменная, д. 14  
[IZDATMPEI@GMAIL.COM](mailto:IZDATMPEI@GMAIL.COM)